PARIS DIDEROT université PARIS 7

AUTOMATES & ANALYSE LEXICALE (AAL3)

TD4 : Algorithmes de Thompson et Glushkov – Lemme de l'étoile

Exercice 1 : De l'expression rationnelle à l'automate

1. Utiliser l'algorithme de Thompson pour trouver des automates reconnaissant les langages décrits par les expressions rationnelles suivantes.
   — $E_1 = (a + ba + bba)^*$,
   — $E_2 = (a + ba + bba)^*(\epsilon + b + bb)$,
   — $E_3 = (aa + b)^*$,
   — $E_4 = (aa + b)^*(a + bb)^*$,
   — $E_5 = (aa + bb + (ab + ba)(aa + bb)^*(ab + ba))^*$.
   — $E_6 = (a^*b^*)^*$,
   — $E_7 = b(ab)^* + (ba)^*b$,
   — $E_8 = (a + bb)^*(b + aa)^*$.
2. Faire de même avec l'algorithme de Glushkov.

Exercice 2 : Lemme de l'étoile

Pour chacun des langages suivants, dire s'il est reconnaissable ou non. Justifier.

1. $\{a^m b^n : m, n \in \mathbb{N}\}$
2. $\{a^m b^n : m < n\}$
3. $\{a^p : p \text{ premier}\}$
4. $\{a^{2n} : n \in \mathbb{N}\}$
5. $\{a^{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$
6. $\{a^{2^n} : n \in \mathbb{N}\}$
7. $\{a^m b^n : m \geq n\}$
8. $\{a^m b^n : m \neq n\}$
9. $\{uav : u, v \in \{a, b\}^*, |u| = |v|\}$
10. $\{a^m b^n : m + n \leq 1024\}$
11. $\{a^3 b^n a^3 : n \equiv 0\,[3]\}$
12. $\{a^m b^n : m \equiv n\,[3]\}$
13. $\{a^m b^n c^{m+n} : m, n \in \mathbb{N}\}$
14. $\{u\widetilde{u} : u \in \{a, b\}^*\}$
15. $\{uv\widetilde{u} : u, v \in \{a, b\}^*\}$
16. $\{u^2 : u \in \{a, b\}^*\}$
17. $\{u \in \{a, b, c\}^* : |u|_a = |u|_b\}$
18. $\{u \in \{a, b, c\}^* : |u|_a \equiv |u|_b\,[3]\}$
19. $\{a^{n+2} b^n : n \in \mathbb{N}\}$

Exercice 3 :

On considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Prouver l'égalité suivante :

$$(ab)^+ = (a\Sigma^* \cap \Sigma^* b) \smallsetminus (\Sigma^* aa \Sigma^* + \Sigma^* bb \Sigma^*).$$