

Exercice 1 : De l'expression rationnelle à l'automate

1. Utiliser l'algorithme de Glushkov pour trouver des automates reconnaissant les langages décrits par les expressions rationnelles suivantes.
 - $E_1 = (a + ba + bba)^*$,
 - $E_2 = (a + ba + bba)^*(\epsilon + b + bb)$,
 - $E_3 = (aa + b)^*$,
 - $E_4 = (aa + b)^*(a + bb)^*$,
 - $E_5 = (aa + bb + (ab + ba)(aa + bb)^*(ab + ba))^*$.
 - $E_6 = (a^*b^*)^*$,
 - $E_7 = b(ab)^* + (ba)^*b$,
 - $E_8 = (a + bb)^*(b + aa)^*$.
2. Faire de même avec l'algorithme de Thompson.

Exercice 2 : Lemme de l'étoile

Pour chacun des langages suivants, dire s'il est reconnaissable ou non. Justifier.

- | | |
|---|--|
| 1. $\{a^m b^n : m, n \in \mathbb{N}\}$ | 11. $\{a^3 b^n a^3 : n \equiv 0 [3]\}$ |
| 2. $\{a^m b^n : m < n\}$ | 12. $\{a^m b^n : m \equiv n [3]\}$ |
| 3. $\{a^p : p \text{ premier}\}$ | 13. $\{a^m b^n c^{m+n} : m, n \in \mathbb{N}\}$ |
| 4. $\{a^{2n} : n \in \mathbb{N}\}$ | 14. $\{u\tilde{u} : u \in \{a, b\}^*\}$ |
| 5. $\{a^{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$ | 15. $\{uv\tilde{u} : u, v \in \{a, b\}^*\}$ |
| 6. $\{a^{2^n} : n \in \mathbb{N}\}$ | 16. $\{u^2 : u \in \{a, b\}^*\}$ |
| 7. $\{a^m b^n : m \geq n\}$ | 17. $\{u \in \{a, b, c\}^* : u _a = u _b\}$ |
| 8. $\{a^m b^n : m \neq n\}$ | 18. $\{u \in \{a, b, c\}^* : u _a \equiv u _b [3]\}$ |
| 9. $\{uav : u, v \in \{a, b\}^*, u = v \}$ | 19. $\{a^{n+2} b^n : n \in \mathbb{N}\}$ |
| 10. $\{a^m b^n : m + n \leq 1024\}$ | |

Exercice 3 :

On considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Prouver l'égalité suivante :

$$(ab)^+ = (a\Sigma^* \cap \Sigma^*b) \setminus (\Sigma^*aa\Sigma^* + \Sigma^*bb\Sigma^*).$$