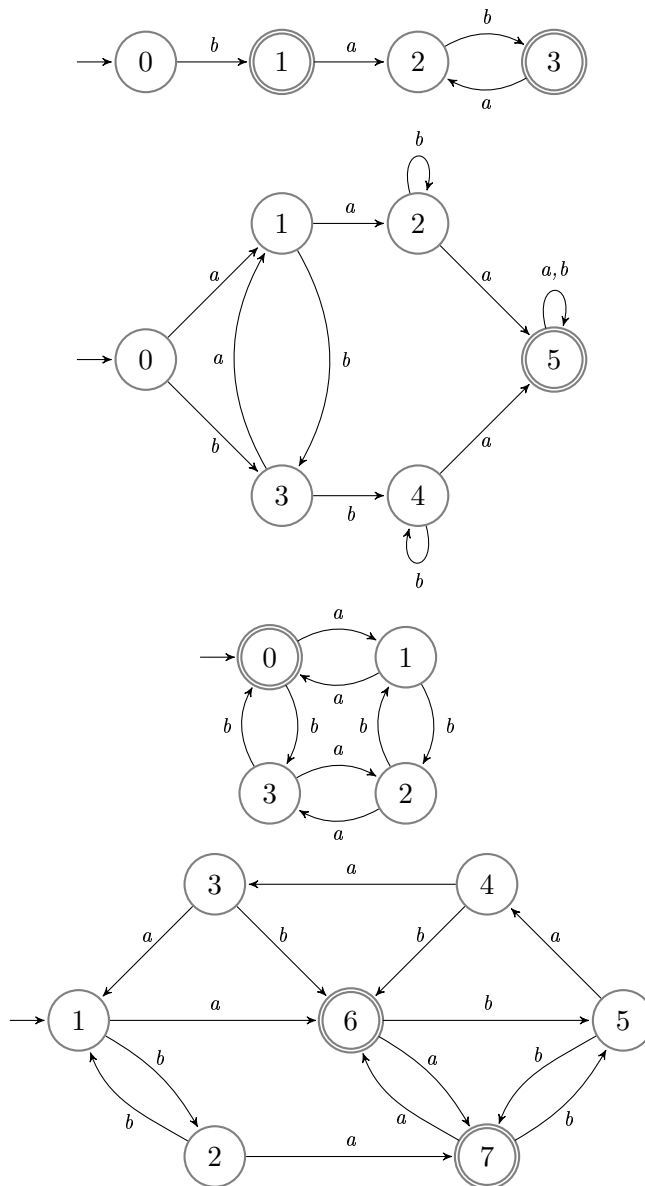


TD n°8

Brzowski-McCluskey, classes d’équivalence et résiduels

Exercice 1 (Brzowski-McCluskey) Calculer une expression rationnelle de $\mathcal{L}(\mathcal{A})$ pour les automates ci-dessous, en appliquant la méthode de Brzowski-McCluskey.



Exercice 2 (Équivalence) *Trouvez les classes d'équivalence des langages suivants sur $\{a, b\}$:*

1. a^*b^*
2. $\{w \mid |w|_a = 1\}$
3. $\{w \mid |w|_a \geq 2\}$
4. *le langage des mots qui contiennent le facteur ab*
5. *le langage des mots contenant un nombre pair de a*
6. a^+b^+
7. $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Exercice 3 (Résiduels) *Le résiduel $u^{-1} \cdot L$ d'un langage L par rapport à un mot u est le langage $\{v \mid uv \in L\}$. Les résiduels des langages vérifient de simples propriétés qu'on vous demande de calculer :*

- $a^{-1} \cdot \emptyset = \dots$
- $a^{-1} \cdot \varepsilon = \dots$
- $a^{-1} \cdot b = \dots$, *si $b \neq a$*
- $a^{-1} \cdot a = \dots$
- $(au)^{-1} \cdot L = \dots$
- $(ua)^{-1} \cdot L = \dots$
- $a^{-1} \cdot (L_1 + L_2) = \dots$
- $a^{-1} \cdot (L_1 \cdot L_2) = \dots$
- $a^{-1} \cdot (L^*) = \dots$

On considère le langage $L = ba^ + ab$:*

1. *Calculer les résiduels $a^{-1} \cdot L$ et $b^{-1} \cdot L$.*
2. *Calculer $(ab)^{-1} \cdot L$, $(aa)^{-1} \cdot L$, $(bb)^{-1} \cdot L$ et $(ba)^{-1} \cdot L$.*
3. *Calculer les résiduels de L par rapport aux mots sur $\{a, b\}$ de longueur 3. Est-il nécessaire de calculer les résiduels par rapport aux mots de longueur 4 ?*
4. *Construire un automate \mathcal{A} suivant les règles suivantes :*
 - *les états de \mathcal{A} sont les différents résiduels de L par rapport aux mots sur $\{a, b\}$ de longueur ≤ 3 .*
 - *l'état associé à $\varepsilon^{-1} \cdot L = L$ est l'état initial.*
 - *il y a une transition $u^{-1} \cdot L \rightarrow v^{-1} \cdot L$ étiquetée avec x si et seulement si $v = ux$.*
 - *un état de \mathcal{A} est final si le résiduel associé contient ε .*
5. *Déduire une méthode générale pour construire un automate pour une expression rationnelle.*