Exercice 1 TD 11 (MI2)

$L = (a + ba)(aa + b)^*$

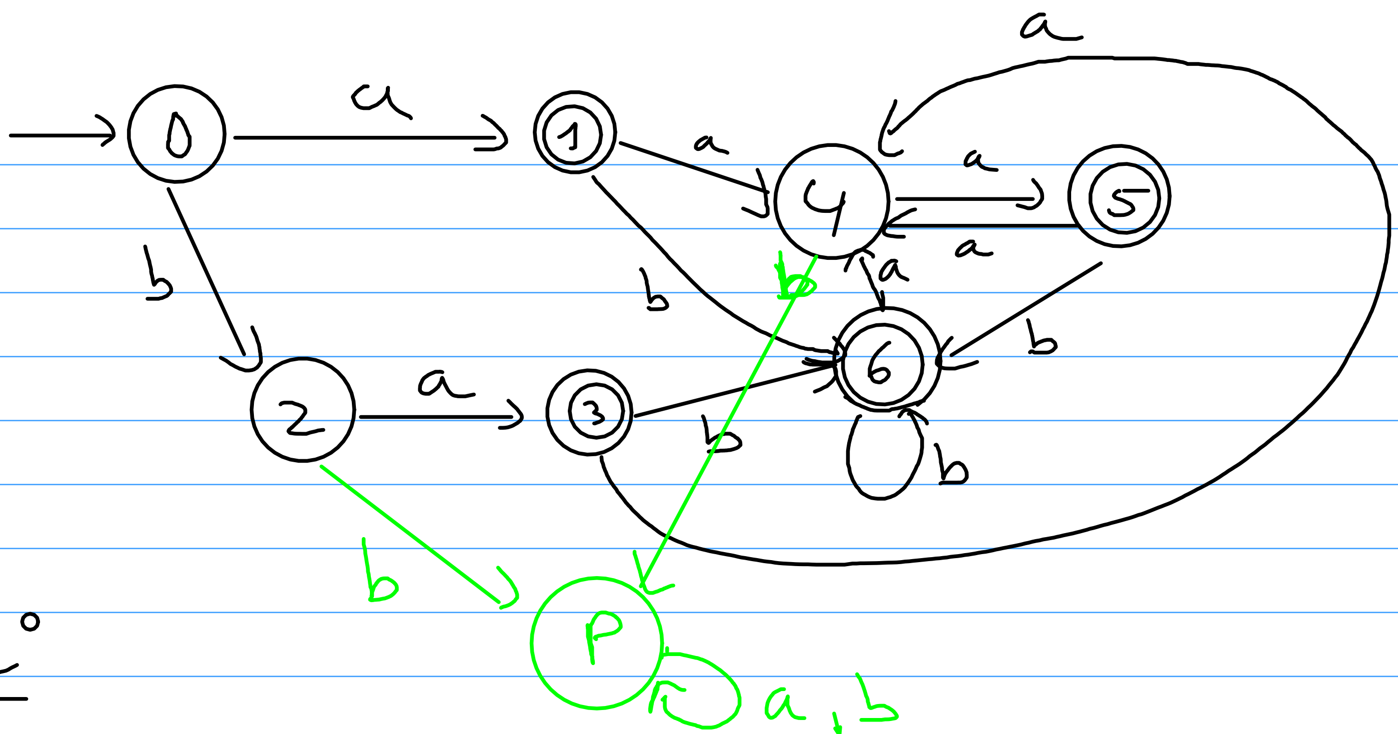
Q1)

$(x_1 + x_2 x_3)(x_4 x_5 + x_6)^*$

0	1, 2
1	4, 6 fin.
2	3
3	4, 6. fin
4	5
5	4, 6, fin
6	4, 6, fin

	a	b
$\rightarrow$ 0	1	2
$\leftarrow$ 1	4	6
2	3	
$\leftarrow$ 3	4	6
4	5	
$\leftarrow$ 5	4	6
$\leftarrow$ 6	4	6

L'automate est déterministe mais ce n'est généralement pas le cas avec Glushkov.



complété

2°

$\{0, 2, 4, P\}$ $\{1, 3, 5, 6\}$ pas finaux / finaux.

$a \downarrow$: $0 \to 1$, $2 \to 3$, $4 \to 5$, $P \to P$; $1 \to 4$, $3 \to 4$, $5 \to 4$, $6 \to 4$

$\underbrace{1 \quad 3 \quad 5}$ | $\underbrace{P}$

On sépare $\{0, 2, 4\}$ et $\{P\}$

$\{0, 2, 4\}$, $\{P\}$ $\{1, 3, 5, 6\}$

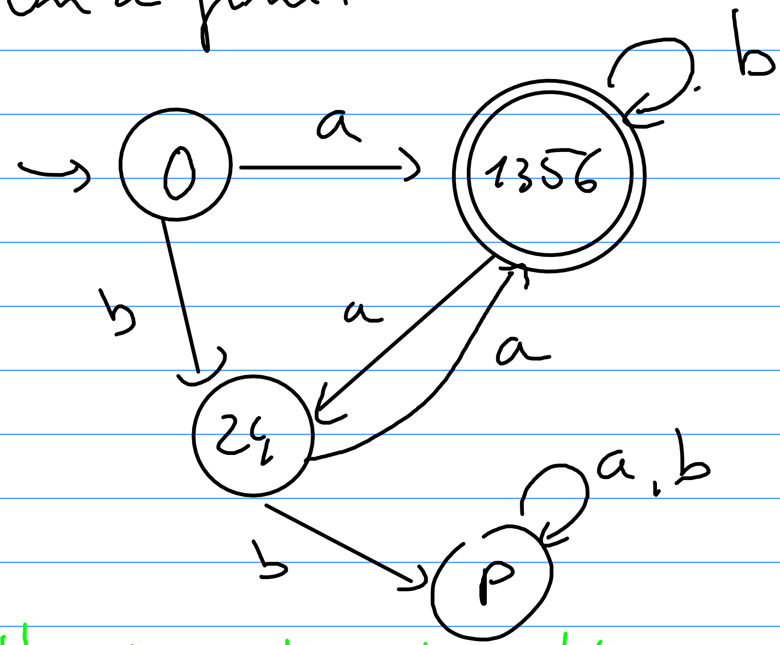
$b \downarrow$: $0 \to 2$, $2 \to P$, $4 \to P$; $1 \to 6$, $3 \to 6$, $5 \to 6$, $6 \to 6$

$\underbrace{2}$ $\underbrace{P \quad P}$

On sépare $\{0\}$ et $\{2, 4\}$

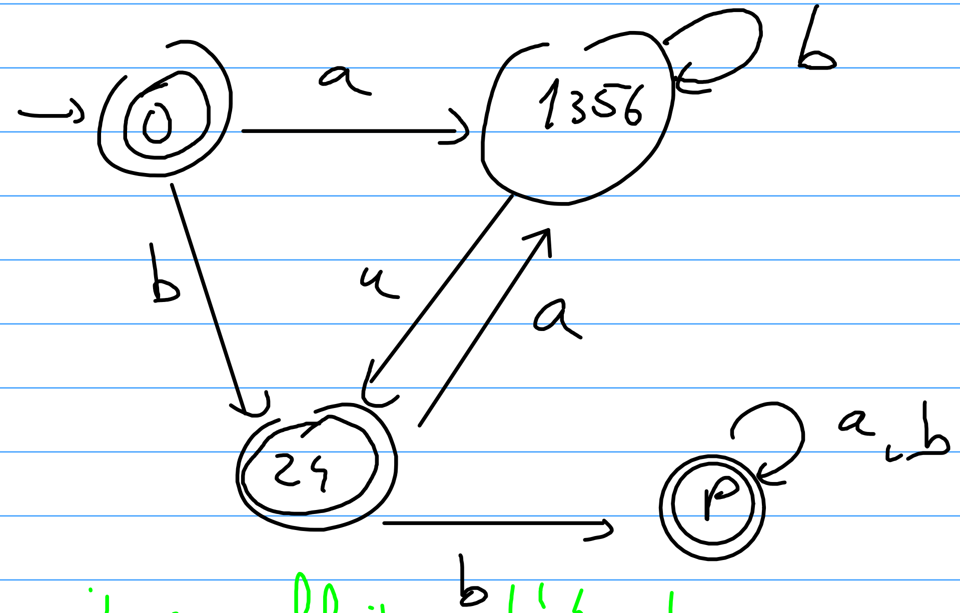
	$\{0\}$	$\{2,4\}$	$\{p\}$	$\{1,3,5,6\}$	
$a\downarrow$		$3 \quad 5$		4	pas de séparation.
$b\downarrow$		$p \quad p$		1	pas de séparation.

On a finit :



3°)

$\Longrightarrow$

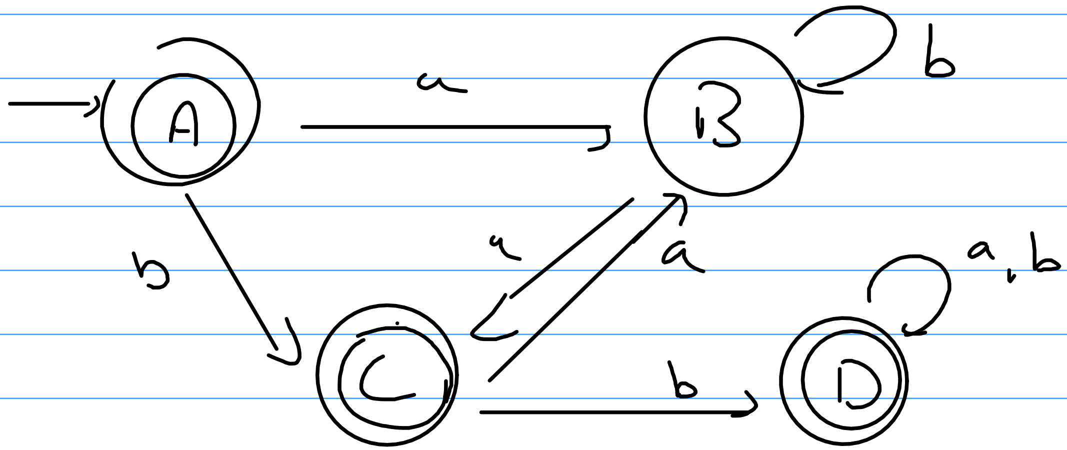


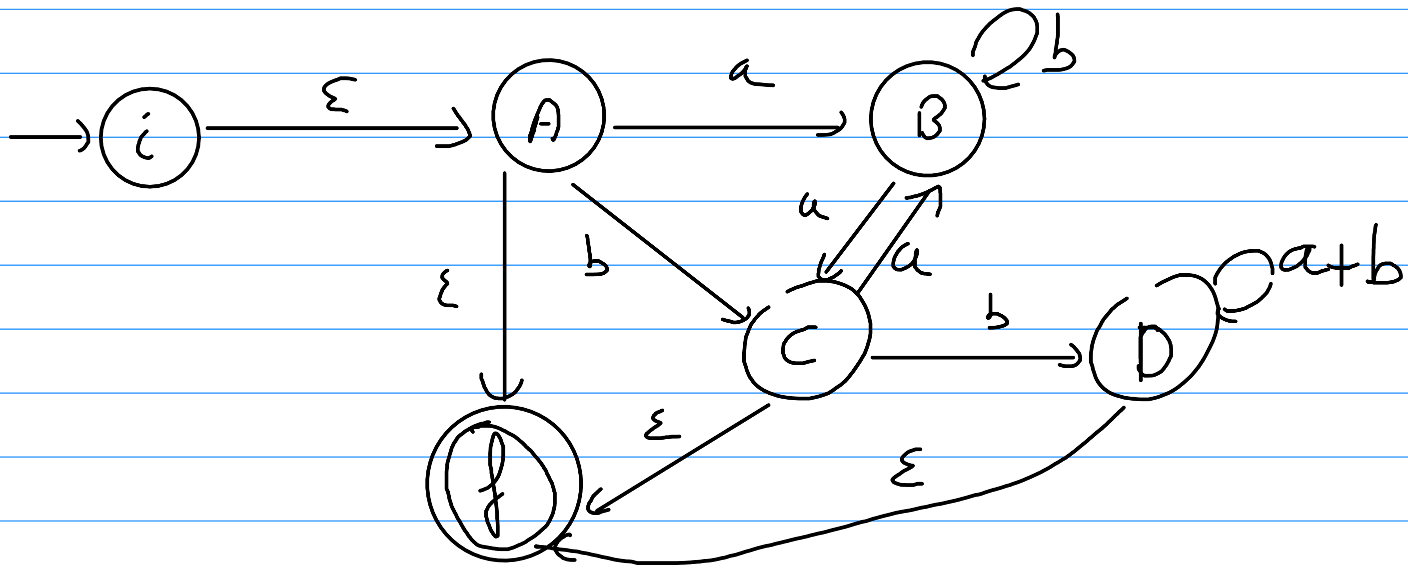
l'automate est déterministe est complet $\longrightarrow$ donc il suffit d'échanger final / pas final

1° Brzozowski-Mc-Cluskey

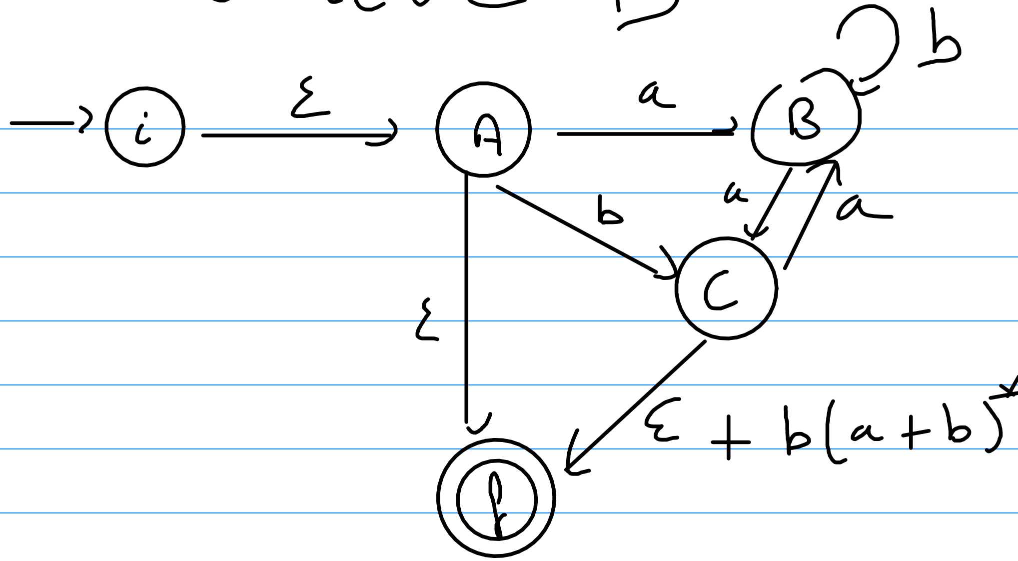
je renomme les états dans l'ordre

D, A, B, C

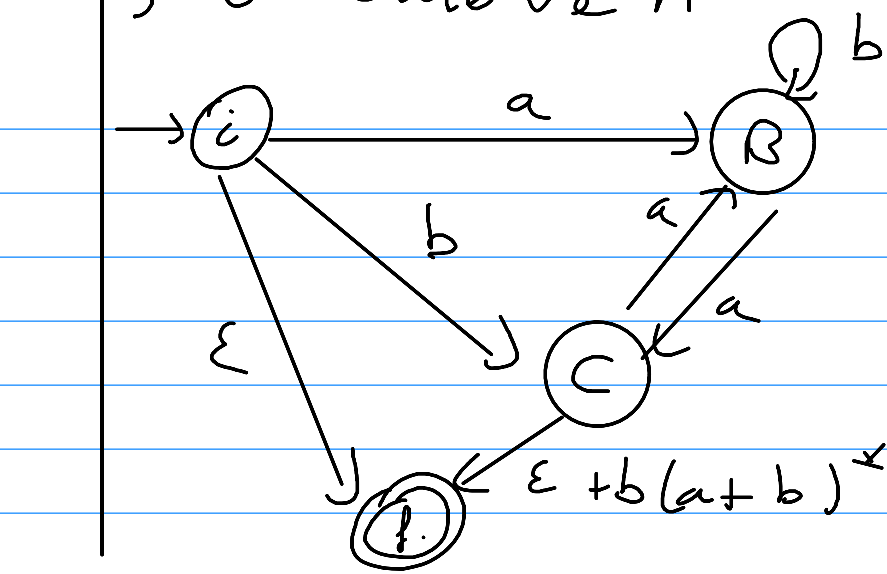




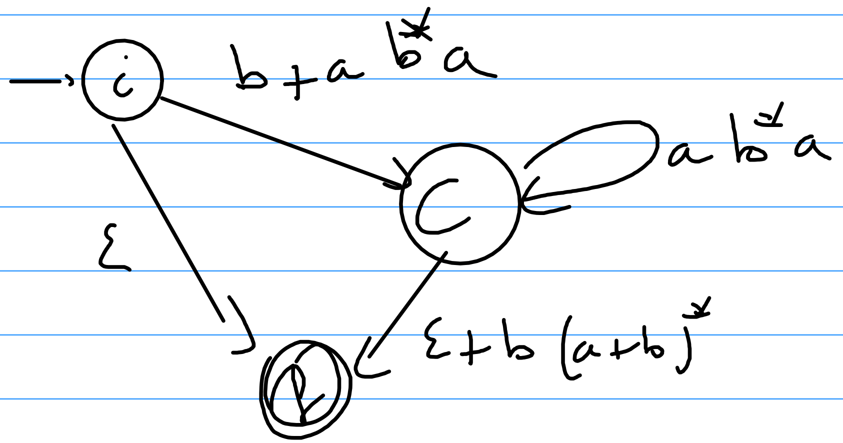
On enlève D



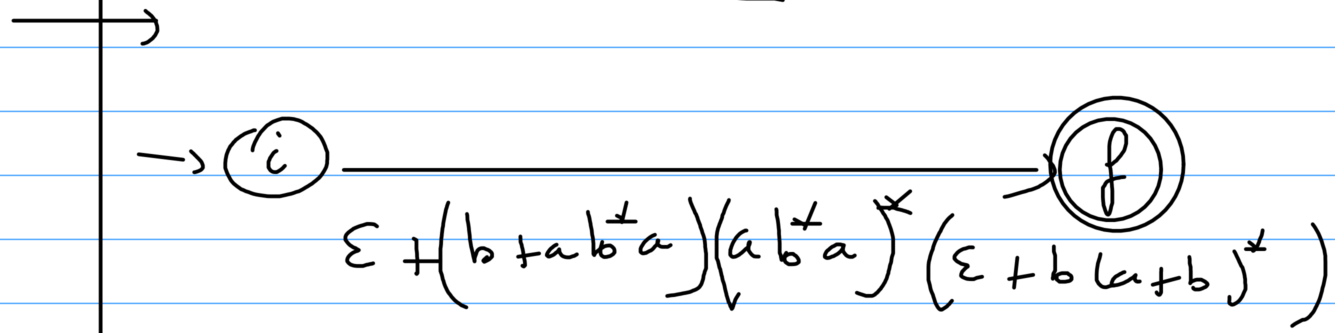
On enlève A



On enlève B



On enlève C



$= L'$

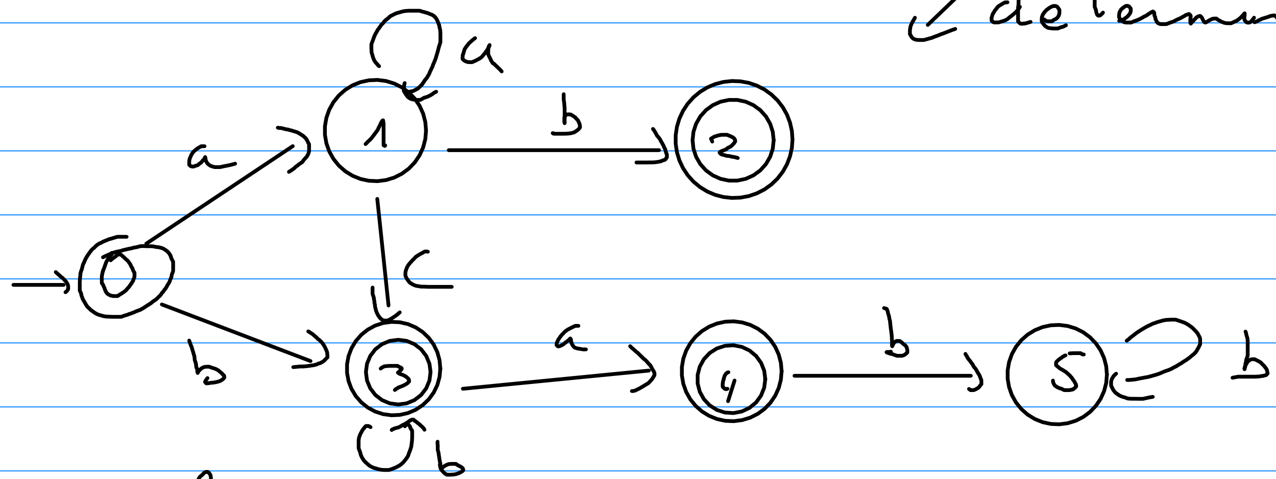
$$(a+b)^* \setminus (a+ba)(aa+b)^* = \overline{\varepsilon + (b+ab^*a)(ab^*a)^*(\varepsilon+b(a+b)^*)}$$

On peut vérifier $L \cap L' = \emptyset$ (Il faudrait bien sûr vérifier aussi que $L \cup L' = (a+b)^*$)

déterministe.

Exercice 4

Exemple pour A



Que valent D_3 et D_1 ?

$$D_3 = \varepsilon + b^* a$$

$$D_1 = a^* b + a^* c \underbrace{(\varepsilon + b^* a)}_{D_3} = a^*(b + c D_3)$$

$\max(L) = a^+ b + a^+ c b^* a + b^+ a$ $\Rightarrow$ ces mots sont acceptés par 2 et 4

$$L = a^+ b + \underbrace{a^+ c b^*}_{\notin \max(L)} + a^+ c b^* a + \underbrace{b^+}_{\notin \max(L)} + b^+ a$$

$u \in L$ ssi je ne peux pas trouver $v^{\neq \varepsilon}$ tel que $uv \in L$

1) $q_0 \overset{u}{\rightsquigarrow} q \in F$ $\quad u \in Max(L)$ ssi $D_q = \{\varepsilon\}$

[Dans l'exemple, $D_2 = \{\varepsilon\}$ $\quad D_4 = \{\varepsilon\}$

$q \in F$, donc $u \in L$ et $D_q \ni \varepsilon$

Montrons $u \in Max(L) \Rightarrow D_q = \{\varepsilon\}$

Supposons $u \in Max(L)$ et $v \in D_q$ $\quad v \neq \varepsilon$

$q \overset{v}{\rightsquigarrow} q' \in F$ donc $q_0 \overset{u}{\rightsquigarrow} q \overset{v}{\rightsquigarrow} q' \in F$

$uv \in L$ et donc $u \notin Max(L)$

Donc par contradiction on a $\Rightarrow$

Montrons $D_q = \{\varepsilon\} \Rightarrow u \in Max(L)$

Supposons $D_q = \{\varepsilon\}$ et $u \notin Max(L)$

alors $\exists v \notin \varepsilon$ t.q $uv \in L$

Comme t est déterministe on a un chemin.

$q_0 \overset{u}{\rightsquigarrow} q \overset{v}{\rightsquigarrow} q' \in F$ donc $v \in D_q$ contradiction.

Preuve peut-être plus simple en montrant

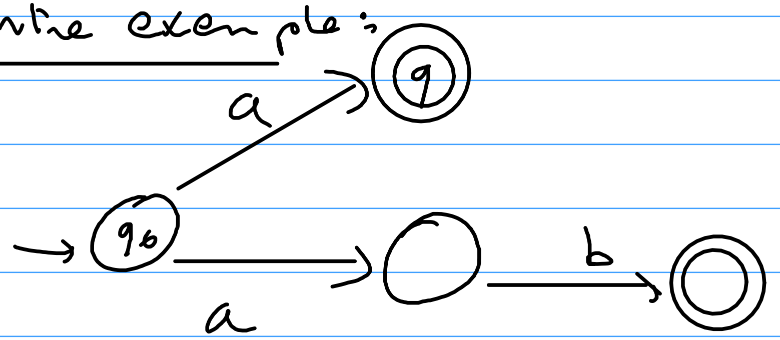
Soit $q_0 \overset{u}{\rightsquigarrow} q \in F$, alors $\{v \mid uv \in L\} = D_q$

Q2. On suppose $\mathcal{A}$ non déterministe.

Soit $q \in F$, si $\delta^*(q_0, u) \ni q$

a-t-on encore $u \in Max(L) \iff D_q = \{\varepsilon\}$

Contre exemple :

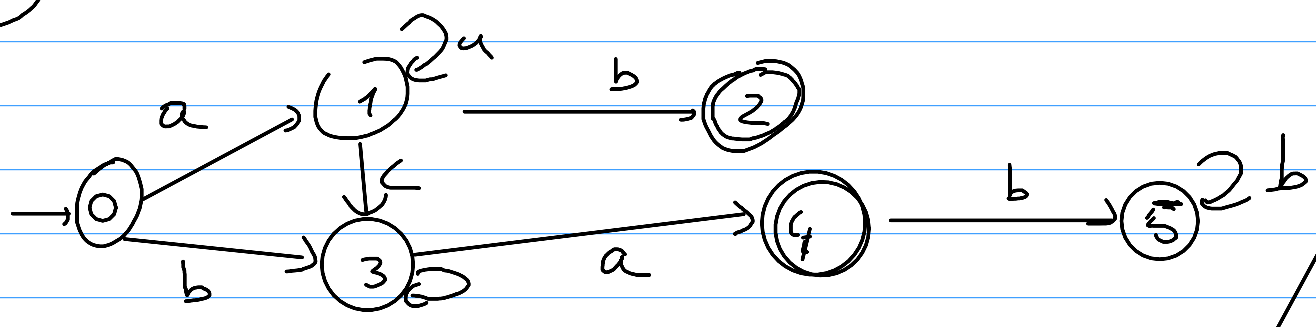


on prend : $u = a$.

$L = \{a, ab\}$

$a \in Max(L)$ mais $D_q = \{\varepsilon\}$.

3) Automate reconnaissant $Max(L)$ (on revient à $\mathcal{A}$ déterministe)



états finaux $= \{q \mid D_q = \{\varepsilon\}\}$