Exo 1

Q1 $G_q = \{u \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, u) = q\}$ $\qquad q_0 \xrightarrow{u} q$

- On construit l'automate à partir de A en prenant comme unique état final q.

$D_q = \{u \in \Sigma^* \mid \delta^*(q, u) \in F\}$ $\qquad q \xrightarrow{u} f \in F$

On construit l'automate à partir de A en prenant q comme état initial.

Q2 $G_q \cap D_q = \{u \in \Sigma^* \mid u.u \in L$ en passant par l'état q juste au milieu du mot lors de sa lecture sur l'automate $\}$

$q_0 \xrightarrow{u} q \xrightarrow{u} f \in F$

$q_0 \xrightarrow{u} q \xrightarrow{u} \bigcirc \in F$

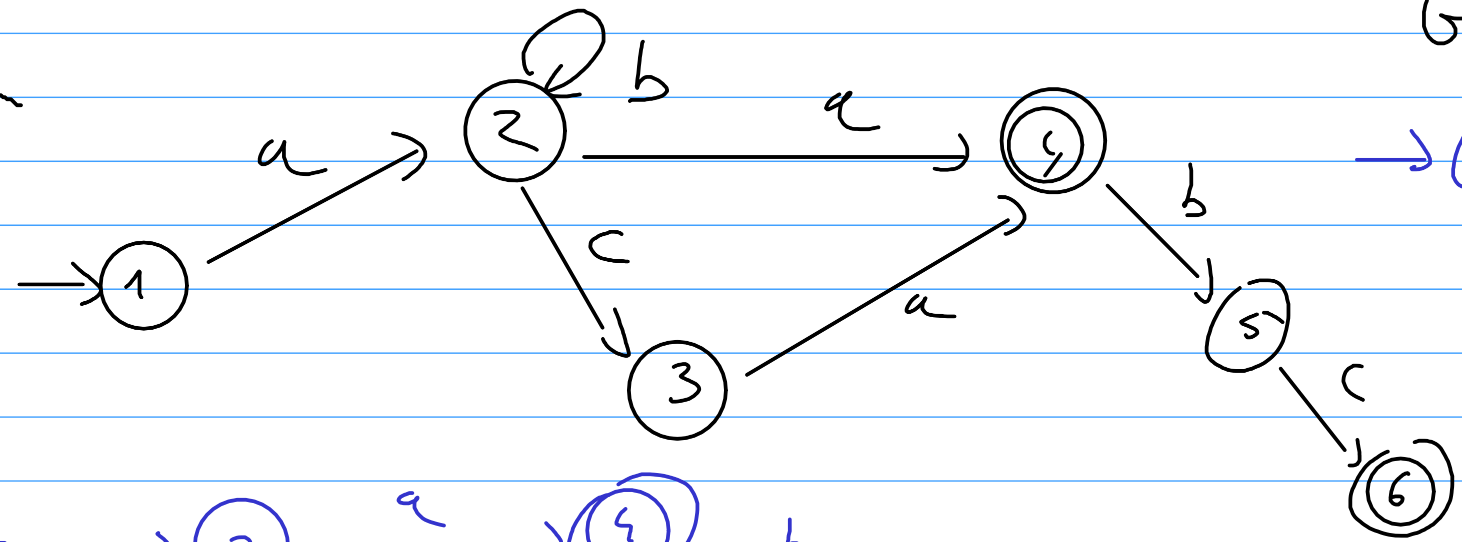
Q3 $\displaystyle\bigcup_{q\in Q} (G_q \cap D_q) = L^{1/2}$

Q4 C'est une union finie d'intersection finie de langages reconnaissables donc c'est reconnaissable.

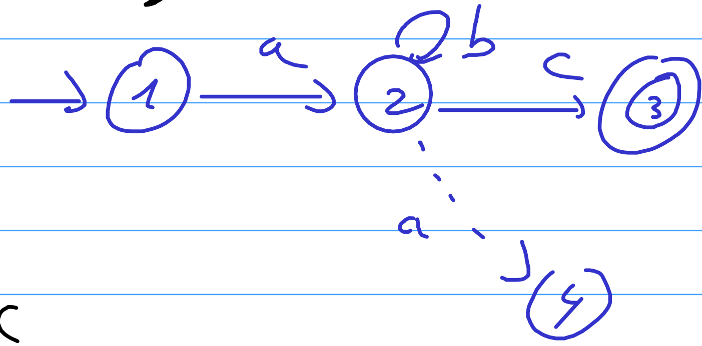
Rq : union infinie de langage reconnaissables pas reconnaissable

$$\bigcup_{n\geqslant 0} \underbrace{\{a^n b^n\}}_{\text{ens fini}} = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\} \text{ pas reconnaissable}$$

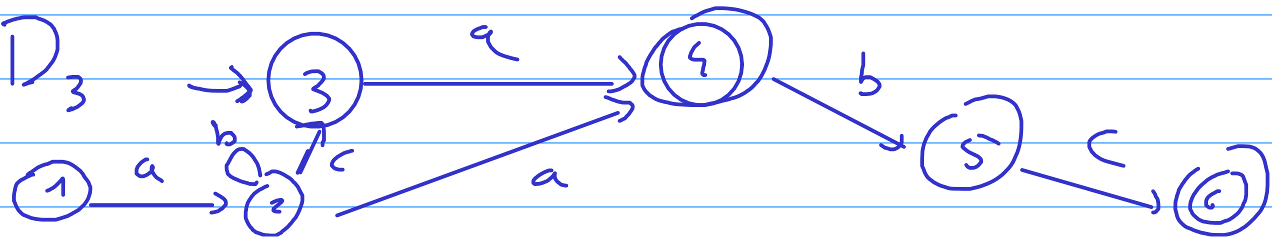
L



$G_3 = a b^* c$



D_3



Exo 2

Soit $Min = \{a, b, c, \dots z\}$ $\quad \Sigma = \{\_\} \cup Min$.

Soit $L = \{u\_v \mid u, v \in Min^*, u \neq v\}$

1) $(abc\_ab)^{-1} L = Min^* \setminus \{c\}$ $\quad abc\_abc \notin L$,

$(abc\_def)^{-1} L = Min^*$

$(abc)^{-1} L = \{u\_v \mid u, v \in Min^* \text{ et } v \neq abcu\}$

$abc\cancel{\_}abc$ $\quad abcu\cancel{\_}abcu$

2) $\begin{cases} ab.ab\_abab \notin L \\ abab.ab\_abab \in L \end{cases}$ $\quad$ donc $w = ab\_abab$ sépare ab et $abab$.

$\begin{cases} ab.\_abab \in L \\ abab.\_abab \notin L \end{cases}$ $\quad$ donc $w' = \_abab$ sépare ab et $abab$

3) $v_1, v_2 \in Min^*$ $v_1 \neq v_2$

$$\begin{cases} v_1 \cdot \_v_1 \notin L \\ v_2 \cdot \_v_1 \in L \end{cases}$$ donc $\_v_1$ sépare v_1 et v_2.

4) Tous les mots de Min^* sont dans des classes distinctes, donc il y a ~~au~~ moins autant de que de mots dans Min^*, donc il y en a une infinité

5) Donc par Myhill-Nérode, L n'est pas reconnaissable

6) $L' = \{ v_1 \_ v_2 \_ \quad \_ v_n \mid v_i \in Min^* \ \forall i$ et $\forall i \neq j \quad v_i \neq v_j \}$

Si L' était reconnaissable alors par propriété de clôture

$L' \cap Min^* \_ Min^* = L$ serait reconnaissable

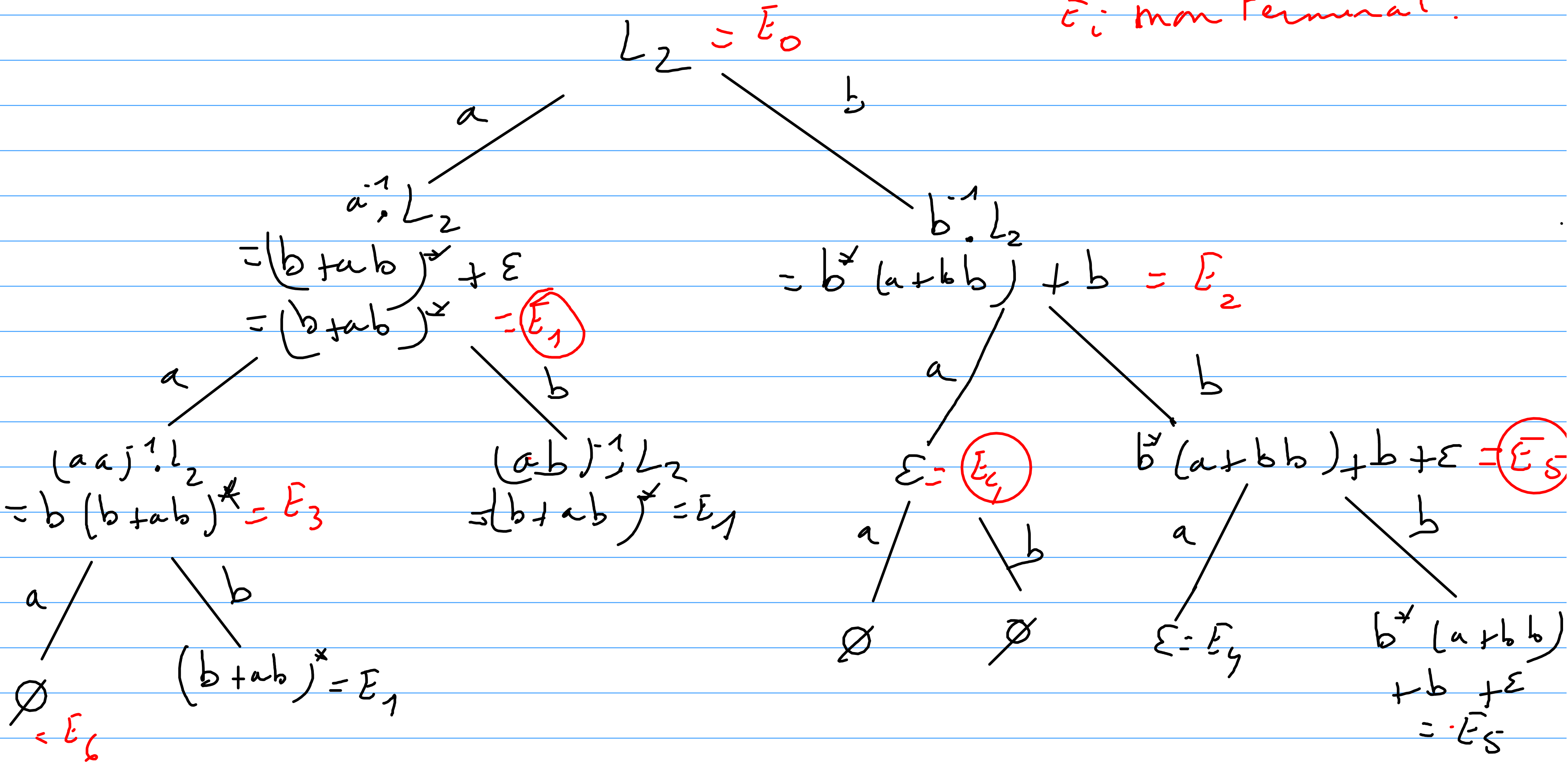
Donc par contradiction L' n'est pas reconnaissable.

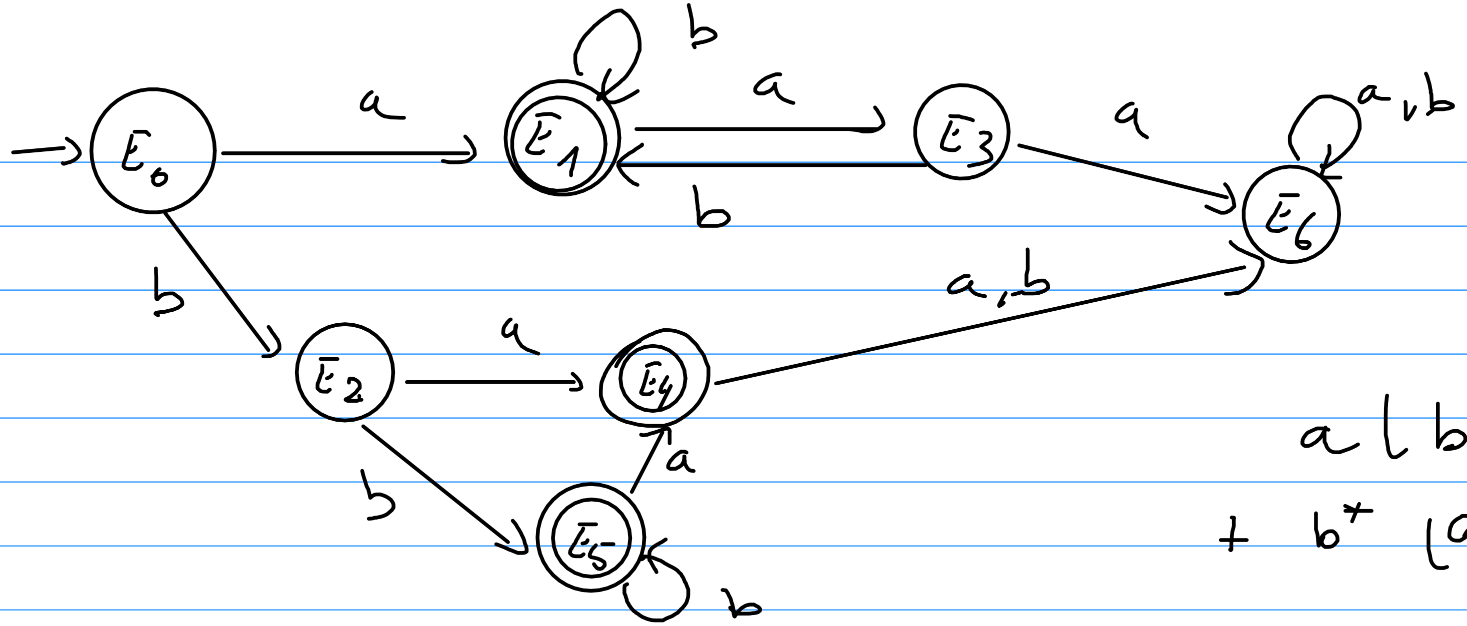
<u>Exo 4</u> 2) L_2

$$L_2 = a(b+ab)^* + b^*(a+bb)$$

E_i : terminal

E_i : non terminal.





$$a(b+ab)^*$$
$$+\ b^*(a+bb)$$

$$b^*(a+bb) = b^*a + b\,b^+$$

Exercice 3

$$\begin{cases} L_4 = b\,L_5 + \varepsilon \\ L_5 = c\,L_6 + a\,L_7 \\ L_6 = (a+b+c)\,L_6 + \varepsilon \\ L_7 = c\,L_6 \end{cases}$$

$L = A\,L + B$

$A \not\ni \varepsilon$

alors $L = A^* . B$

Arden sur L_6 : $L_6 = (a+b+c)^* . \varepsilon = (a+b+c)^*$

je remplace dans L_7 : $L_7 = c\,(a+b+c)^*$

on remplace dans L_5 $L_5 = c\,(a+b+c)^* + ac\,(a+b+c)^*$

$= (a+\varepsilon)\,c\,(a+b+c)^*$

et on remplace dans L_4 $L_4 = b\,(a+\varepsilon)\,c\,(a+b+c)^*$